

Comportement au jeune âge du béton : approche 3D du seuil de percolation mécanique.

Jean Michel Torrenti^{1 & 2}, Farid Benboudjema²

¹ IRSN, Fontenay aux Roses ²LMT, ENS Cachan

RESUME. La modélisation de l'évolution du module d'élasticité du béton au jeune âge fait intervenir un seuil de percolation mécanique. Ce seuil est approché ici par une modélisation 3D qui montre que sa valeur est différente de celle obtenue en 2D et qu'il dépend du rapport eau/ciment pour une pâte de ciment. L'approche permet aussi d'évaluer l'évolution du module, évolution qui est compatible avec la relation phénoménologique utilisée habituellement.

MOTS-CLÉS : béton, jeune âge, percolation.

ABSTRACT. The modelling of the evolution of the Young's modulus of concrete at early age has to take into account a mechanical percolation threshold. This threshold, if calculated in 3D, is different of the value obtained in 2D and is a function of the water to cement ratio for cement pastes. With this approach we can also evaluate the evolution of the Young's modulus and show that this evolution is in accordance with the phenomenological relation normally used.

KEYWORDS : concrete, early age, percolation.

1. INTRODUCTION

La modélisation du comportement mécanique du béton au jeune âge reste un enjeu industriel important. En effet, il existe des risques de fissuration liés aux contraintes générées soit par déformations gênées soit par gradient lors des élévations de température dues à l'exothermie des réactions d'hydratation puis lors du refroidissement des pièces.

De nombreuses avancées ont été faites dans ce domaine, voir par exemple (Acker *et al*, 2004). Parmi les paramètres majeurs de la modélisation figure le module d'élasticité du béton. En effet, celui-ci évolue très vite au jeune âge, avec l'avancement de la réaction d'hydratation du ciment. En général, on relie le module et le degré d'hydratation par une relation phénoménologique du type :

$$E(\alpha) = E(\alpha=1) \cdot [(\alpha - \alpha_0)/(1 - \alpha_0)]^\beta \quad [\text{Eq. 1}]$$

où α_0 est un seuil d'hydratation en-deçà duquel la rigidité du béton est nulle (de Schutter *et al*, 1996). La valeur de ce seuil est importante car elle détermine le moment où des contraintes pourront commencer à être générées dans le béton.

L'objet de cet article est d'étudier ce seuil pour des pâtes de ciment par une approche 3D. Après avoir rappelé les résultats déjà obtenus en 2D nous montrerons les différences apportées par une approche 3D et calculerons l'évolution du module au jeune âge. Enfin nous comparerons les résultats obtenus avec le modèle phénoménologique de l'équation 1.

2. PERCOLATION EN 2D

Une étude de percolation en deux dimensions a permis de mettre en évidence la nécessité de différencier une percolation mécanique prenant en compte le rôle de "colle" joué par les hydrates d'une percolation par contact simple des grains (Torrenti et Benboudjema, 2005).

Le seuil de percolation volumique en 2D se situe à environ 59,3% de phase solide (dans le cas d'une percolation de sites sur un réseau à maille carrée). Pour une pâte de ciment de bas rapport eau/ciment (e/c) ce seuil est atteint même avant hydratation ! En effet, avant toute hydratation le volume de la phase solide, constituée des grains de ciment anhydres, est égal à :

$$V_{\text{solide}} = 1 / (1 + 3,2 e/c) \quad [\text{Eq. 2}]$$

On a alors percolation si $V_{\text{solide}} = 0,593$ soit pour $e/c = 0,21$. On notera d'ailleurs que dans le cas d'un réseau 3D à maille carrée le seuil de percolation se situe à 30,7% de phase solide. Ce qui correspond à un e/c de 0,7 soit l'ensemble des pâtes de ciment étudiées ici !

Or, d'un point de vue mécanique, la rigidité du matériau est tout à fait négligeable (au sens de la génération des contraintes au jeune âge) au moment du gâchage. C'est pourquoi nous avons proposé de considérer qu'il n'y avait percolation au sens mécanique que si les grains de solides étaient collés entre eux par des grains de ciment hydratés. Cette approche, a permis de montrer en 2D que :

- la percolation dans une pâte de ciment dépendait du rapport e/c (figure 1) ce qui correspond aux résultats de la littérature (Byfors, 1980) ;
- lorsque l'on considère la percolation dans des mortiers ayant une proportion importante de granulats (un mortier normalisé par exemple), l'influence du e/c n'est plus apparente. Ceci correspond aussi aux résultats de la littérature (Byfors, 1980).

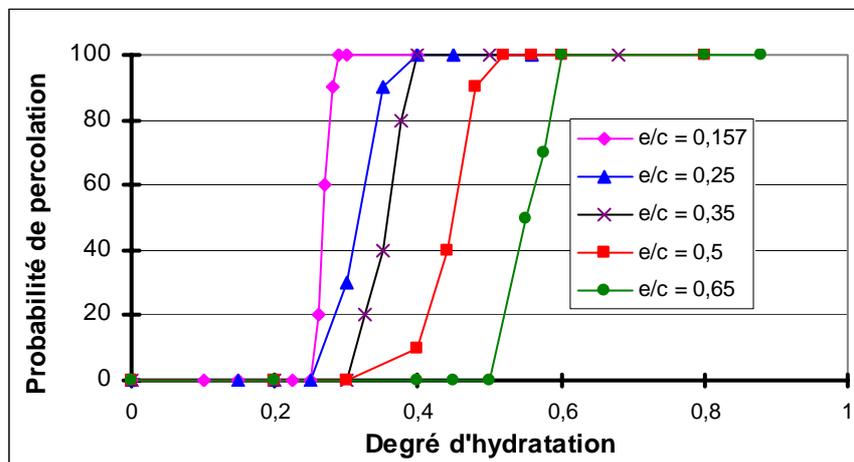


Figure 1 : probabilité de percolation en fonction du degré d'hydratation pour différents e/c

3. PERCOLATION EN 3D

Les résultats présentés au paragraphe 2 ayant été obtenus en 2D, nous avons repris l'étude en 3D. Pour cela nous générons sur un maillage volumique à maille cubique une pâte de ciment à différents degré d'hydratation. Nous avons choisi un maillage de 10x10x100, la percolation étant testée selon la plus grande longueur. L'effet 3D est suffisamment sensible dans ce cas et il n'est pas utile d'augmenter

les dimensions transversales du maillage. Ceci avait déjà été remarqué par Guillon dans son étude sur les effets de la lixiviation sur le module d'élasticité (Guillon, 2004).

On fait aussi l'hypothèse que le volume des produits formés est 2,31 fois plus grand que le volume des produits ayant réagi (Bentz, 2000). En fonction du e/c et du degré d'hydratation α , les hydrates occupent alors le volume suivant :

$$V_{\text{solide}} = (1 + 2,31 \alpha)/(1 + 3,2 e/c) \quad [\text{Eq. 3}]$$

On répartit ensuite aléatoirement les hydrates, le ciment anhydre et l'eau. Puis, par un algorithme de type "burning" on teste la percolation (existence d'un chemin continue d'une face à l'autre de l'échantillon) : considérons la côte $z=i$ et les cubes faisant partie du chemin de percolation, un cube à la côte $z=i+1$ sera sur un chemin de percolation si :

- ce cube est contigu à un chemin de percolation (au moins une arête commune avec un cube à $z=i$ et sur un chemin de percolation) ;
- ce cube est constitué d'un hydrate ou d'un anhydre mais dans ce cas il est contigu à un hydrate en $z=i$.

La figure 2 présente un exemple de structure percolée en 3D.

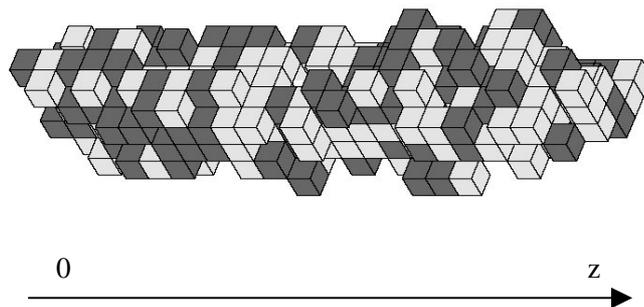


Figure 2 : exemple de percolation sur un maillage 5x5x25 ; les grains anhydres sont en foncé et les hydrates en clair ; calcul effectué pour $e/c = 0,35$ et $\alpha = 0,2$

A partir de l'algorithme présenté, nous avons testé en 3D les différentes pâtes de ciment qui avaient été testées en 2D. La figure 3 présente les résultats obtenus. Comme pour le 2D, chaque point correspond à 100 simulations et donne donc une probabilité de percolation.

En faisant l'hypothèse que le seuil de percolation correspond au point d'inflexion de la courbe probabilité de percolation – degré d'hydratation, nous pouvons comparer les seuils 2D et 3D (tableau 1). On constate sans surprise que les seuils 3D sont beaucoup plus faibles que les 2D.

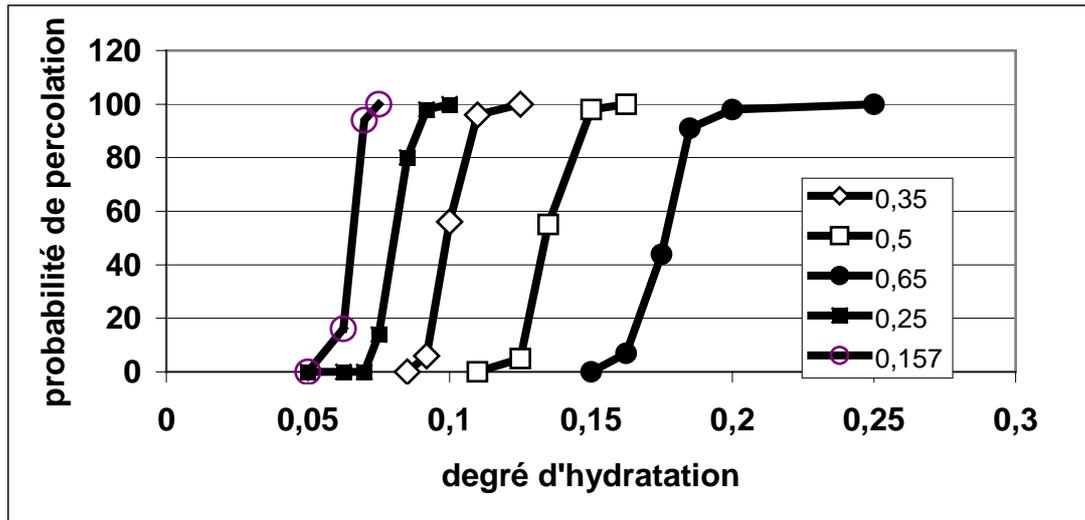


Figure 3: probabilité de percolation en fonction du degré d'hydratation pour différents e/c.

e/c	Seuil α_0 2D	Seuil α_0 3D
0,157	0,25	0,065
0,25	0,3	0,080
0,35	0,35	0,1
0,5	0,45	0,135
0,65	0,55	0,18

Tableau 1 : comparaison des seuils de percolation mécanique α_0 2D et 3D.

4. EVOLUTION DU MODULE D'ELASTICITE

Dans le cadre de la prédiction des contraintes dans le béton au jeune âge, outre le seuil de percolation mécanique, il paraît intéressant de connaître l'évolution du module d'élasticité. A l'aide de mêmes simulations que pour la percolation on peut estimer le module d'élasticité sur la structure percolée (c'est à dire qu'un hydrate ou un anhydre ne faisant pas partie de l'amas percolé n'influe pas sur le module – en ce sens le calcul diffère sensiblement d'une approche par homogénéisation). La figure 4 présente le résultat obtenu pour une pâte de ciment de e/c = 0,35. Les calculs sont effectués à l'aide du logiciel Castem2000 sur un maillage cubique 5x5x25. On renouvelle douze fois les calculs afin d'avoir une estimation de la dispersion.

Données du calcul : $E_{\text{anhydre}} = 135 \text{ GPa}$; $E_{\text{hydrates}} = 25 \text{ GPa}$.

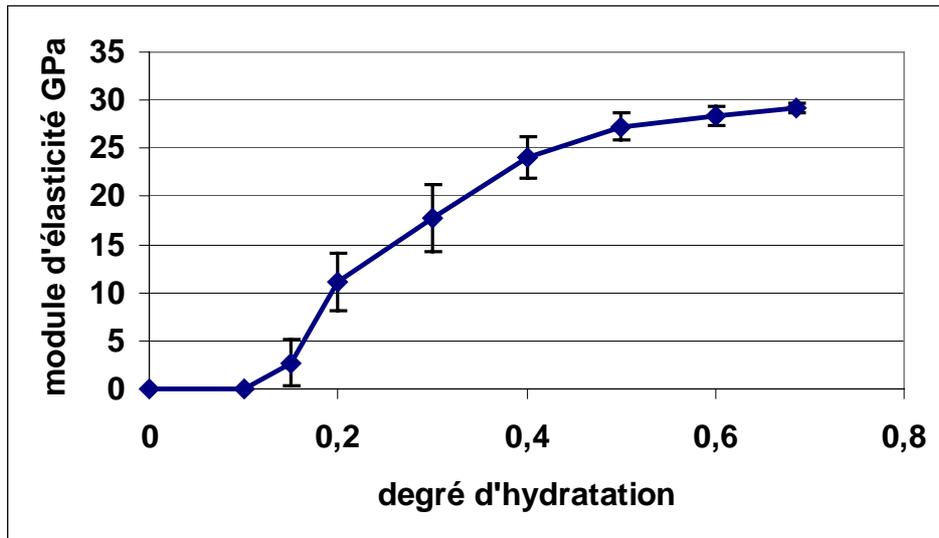


Figure 4 : évolution du module d'élasticité de l'amas percolé en fonction du degré d'hydratation. La marge d'erreur représente \pm un écart type. Pâte de ciment de $e/c=0,35$.

5. COMPARAISON AVEC LES MODELES COURANTS

Reprenons maintenant le modèle phénoménologique de l'équation 1. On constate (figure 5) qu'avec $\beta=0,3$ - ce qui est très proche des valeurs de la littérature (de Schutter *et al*, 96) - et à condition de décaler le seuil de percolation - car l'équation 1 ne peut pas "retrouver" l'inversion de concavité constatée expérimentalement - on obtient une évolution proche de celle calculée avec le modèle de percolation. A nos yeux ceci valide l'utilisation de l'équation 1 dans la modélisation du comportement du béton au jeune âge et donne une explication physique à l'évolution constatée.

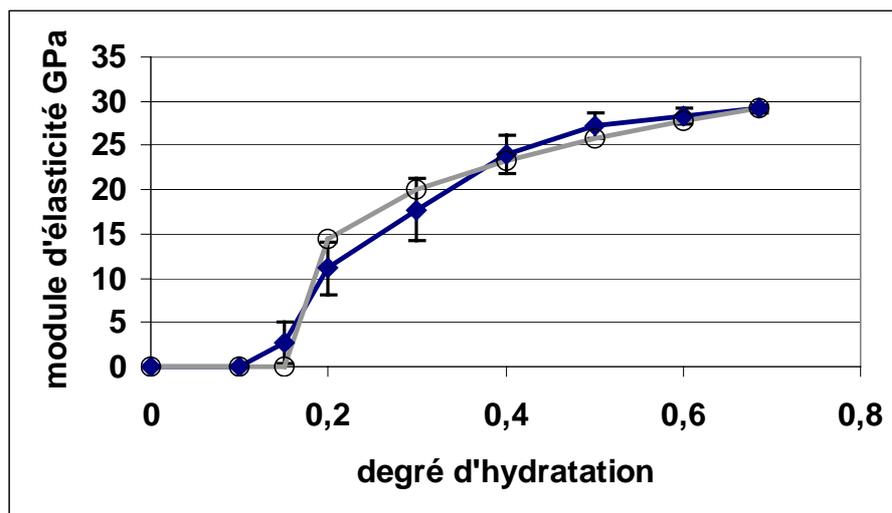


Figure 5 : comparaison de l'équation 1 (en gris) avec l'évolution calculée sur l'amas percolé (en noir);
pour l'équation 1: $E(\alpha=1)=33,6$ GPa ; $\alpha_0=0,15$; $\beta=0,3$

6. CONCLUSIONS

L'approche 3D de la percolation mécanique dans une pâte de ciment au jeune âge a permis de montrer que le seuil de percolation était atteint pour des valeurs sensiblement plus faibles que la simulation 2D et fonction du rapport e/c. Elle a aussi permis de prédire l'évolution du module d'élasticité calculé sur l'amas percolé. Enfin, cette approche est en accord avec les modèles phénoménologiques utilisés. Il sera intéressant de la confronter à l'expérience et de l'étendre aux mortiers et bétons.

7. BIBLIOGRAPHIE

Acker P., Torrenti J.M., Ulm F., « *Comportement du béton au jeune âge* », éditions Hermès, 2004.

Bentz D., « CEMHYD3D: a three-dimensional cement hydration and microstructure development modelling package », version 2.0. NISTIR 6485, U.S. Department of Commerce, April 2000 (available at <http://ciks.cbt.nist.gov/monograph>).

Byfors J., « Plain concrete at early ages, Swedish cement and concrete institute », ISSN 0346-6906, Stockholm, 1980.

Guillon E., « Durabilité des matériaux cimentaires - Modélisation de l'influence des équilibres physico-chimiques sur la microstructure et les propriétés mécaniques résiduelles », thèse de l'ENS de Cachan, 2004.

De Schutter G., Taerwe L., « Degree of hydration-based description of mechanical properties of early age concrete », *Materials and Structures*, vol.29, july, 1996.

Torrenti J.M., Benboudjema F., « Mechanical threshold of cementitious materials at early age », *Materials and Structures*, vol.38, à paraître en 2005.